

La Relativité

A – La relativité de Galilée

Galilée, père du principe de relativité

« Enfermez-vous avec un ami dans la cabine principale à l'intérieur d'un grand bateau et prenez avec vous des mouches, des papillons, et d'autres petits animaux volants. Prenez une grande cuve d'eau avec un poisson dedans, suspendez une bouteille qui se vide goutte à goutte dans un grand récipient en dessous d'elle. Avec le bateau à l'arrêt, observez soigneusement comment les petits animaux volent à des vitesses égales vers tous les côtés de la cabine. Le poisson nage indifféremment dans toutes les directions, les gouttes tombent dans le récipient en dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, et si vous sautez à pieds joints, vous franchissez des distances égales dans toutes les directions. Lorsque vous aurez observé toutes ces choses soigneusement (bien qu'il n'y ait aucun doute que lorsque le bateau est à l'arrêt, les choses doivent se passer ainsi), faites avancer le bateau à l'allure qui vous plaira, pour autant que la vitesse soit uniforme [c'est-à-dire constante] et ne fluctue pas de part et d'autre. Vous ne verrez pas le moindre changement dans aucun des effets mentionnés et même aucun d'eux ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt ... »

Galilée, *Dialogue concernant les deux plus grands systèmes du monde*, 1632.



Galileo Galilei, 1564–1642

Le principe de relativité

Le ***principe de relativité*** affirme que les *lois physiques* s'expriment de *manière identique* dans tous les *référentiels inertiels* (ou *galiléens*).

Un ***référentiel galiléen*** est un référentiel tel que tout corps libre (sans influence extérieure) qui y est au repos y reste indéfiniment. Tout corps libre en mouvement de translation uniforme y reste également.

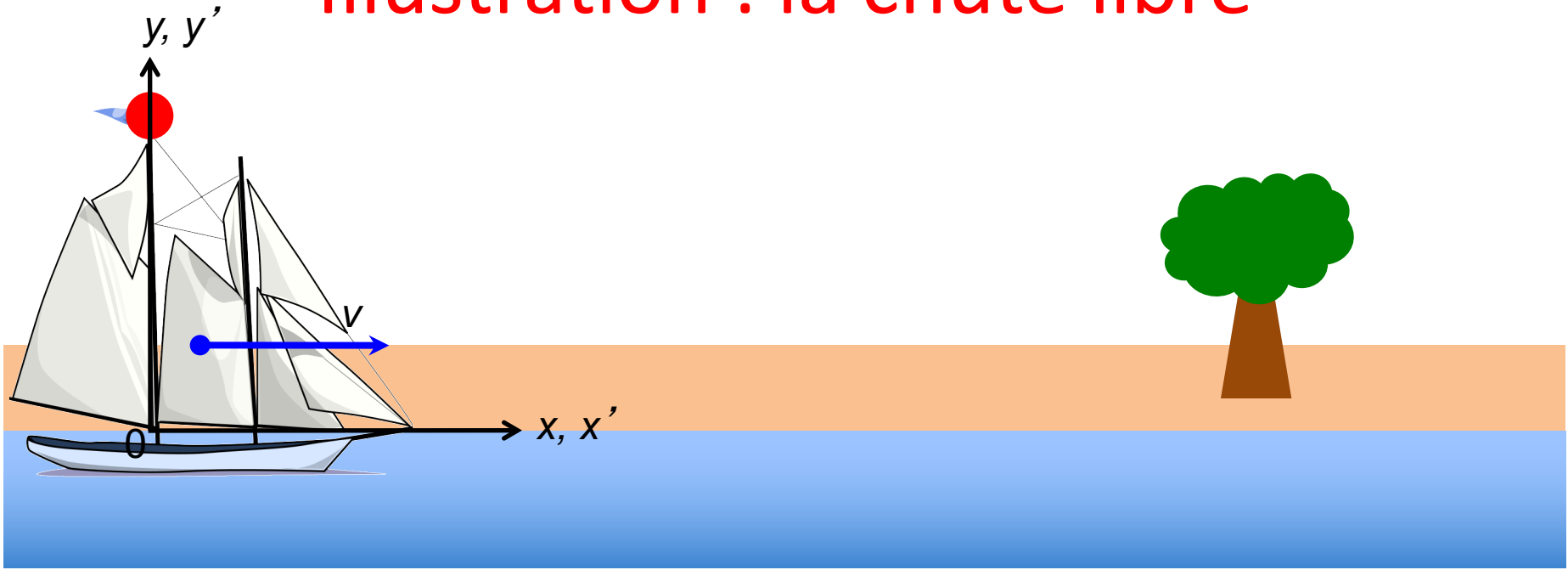
Un référentiel en *translation uniforme* par rapport à un référentiel galiléen est lui aussi un référentiel galiléen.

Une loi physique permettant de décrire une expérience effectuée dans deux référentiels galiléens distincts s'exprime de la même façon.

Une expérience faite à l'identique dans deux référentiels galiléens s'exprime par la même loi et mène aux mêmes observations.

Dans le cas de la relativité galiléenne, le principe concerne les expériences et lois de mécanique.

Illustration : la chute libre



$$t = 0$$

$$v = 3$$

$$x = 0, y = 36$$

$$x' = 0, y' = 36$$

Illustration : la chute libre



$$t = 0$$

$$v = 3$$

$$x = 0, y = 36$$

$$x' = 0, y' = 36$$

Illustration : la chute libre



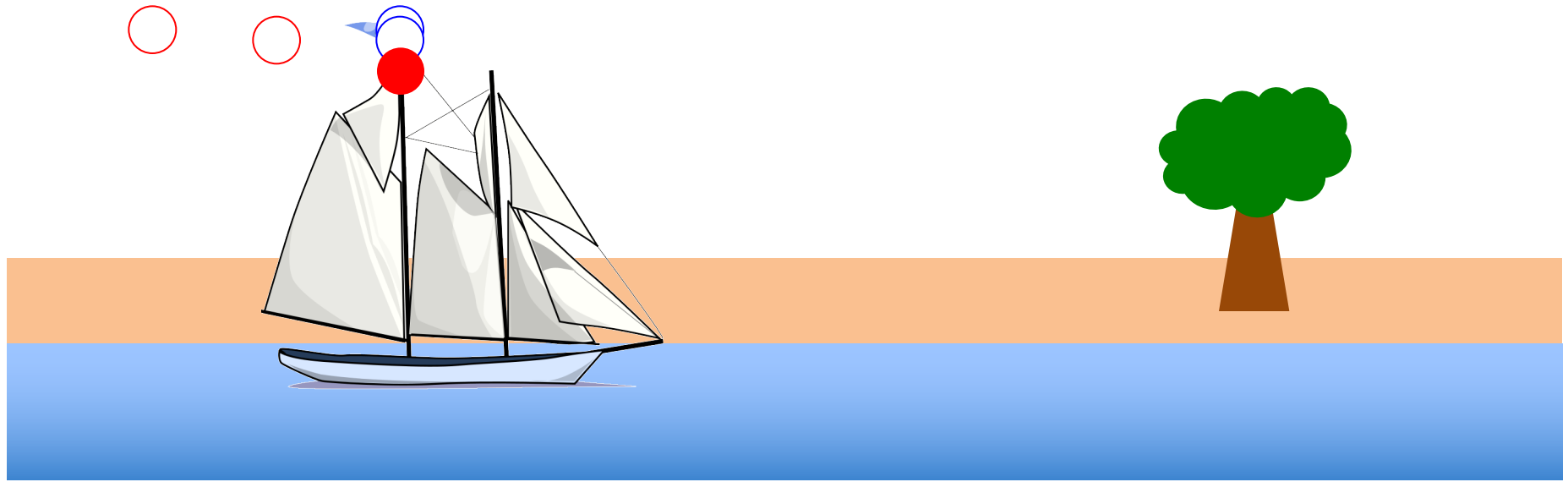
$$t = 1$$

$$v = 3$$

$$x = 3, y = 35$$

$$x' = 0, y' = 35$$

Illustration : la chute libre



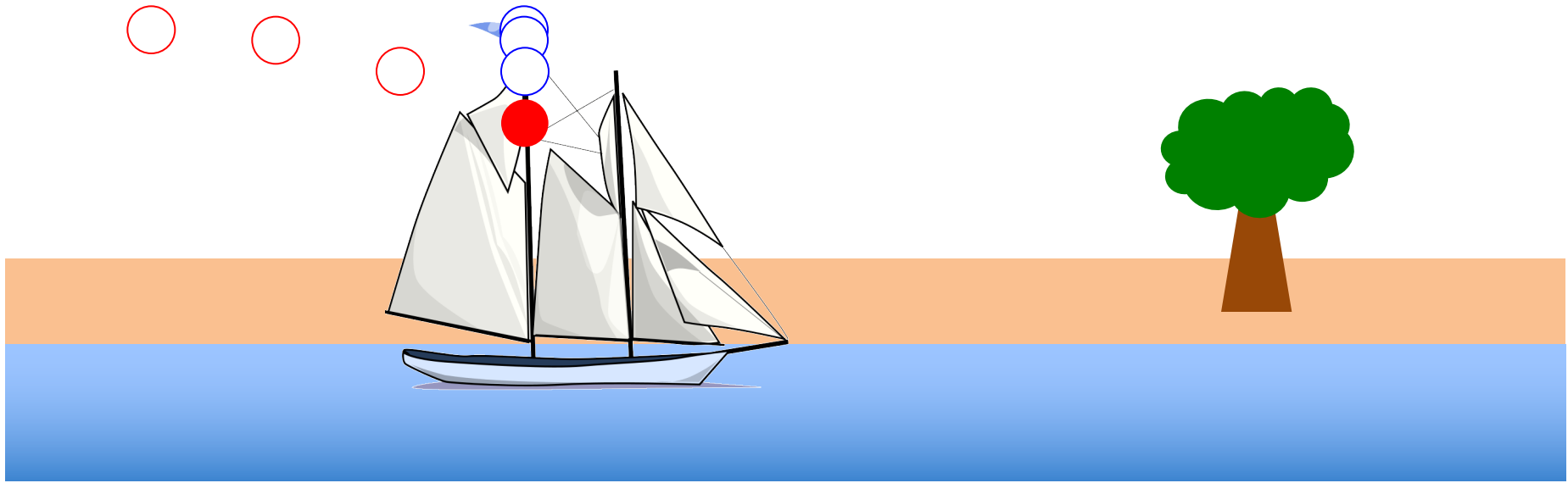
$$t = 2$$

$$v = 3$$

$$x = 6, y = 32$$

$$x' = 0, y' = 32$$

Illustration : la chute libre



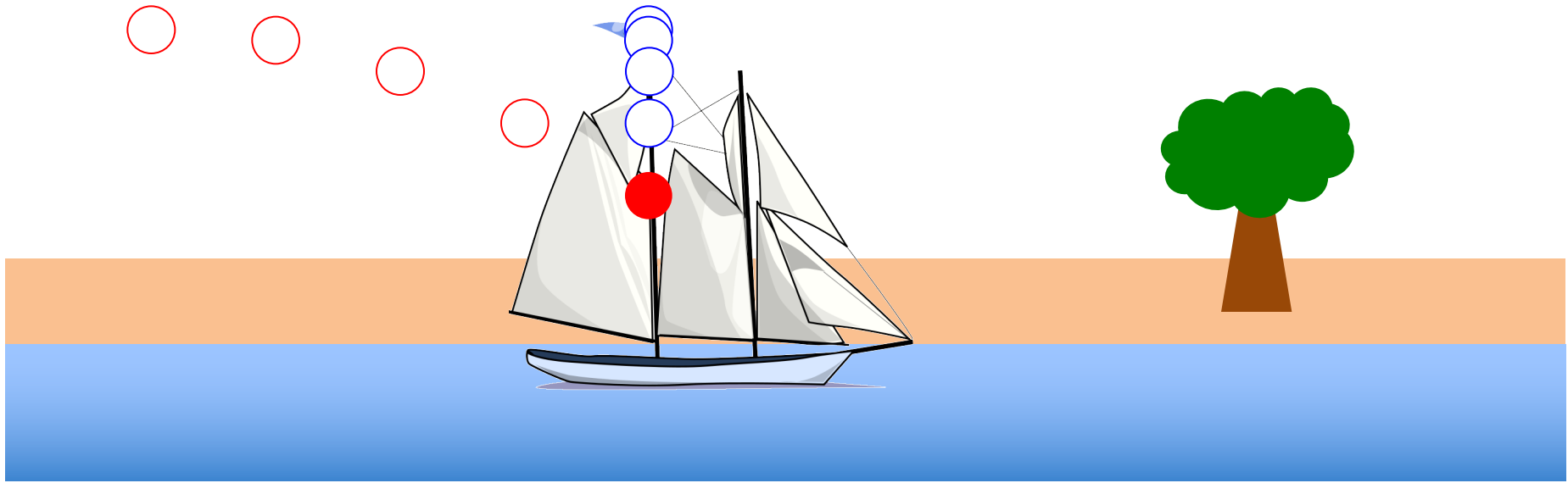
$$t = 3$$

$$v = 3$$

$$x = 9, y = 25$$

$$x' = 0, y' = 25$$

Illustration : la chute libre



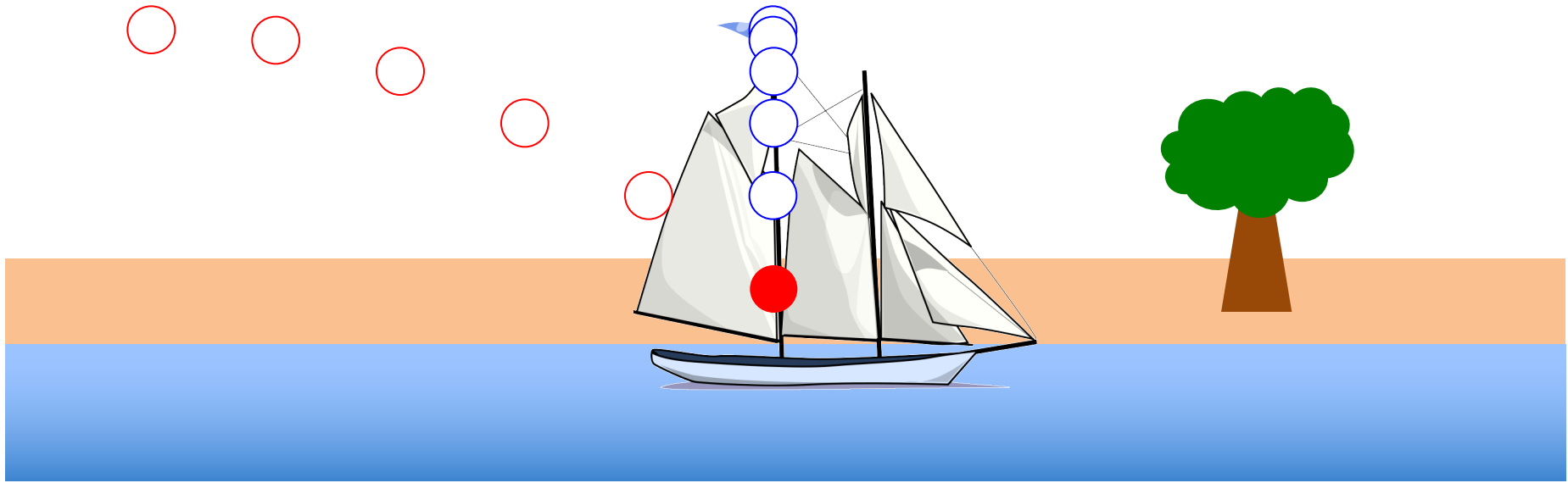
$$t = 4$$

$$v = 3$$

$$x = 12, y = 20$$

$$x' = 0, y' = 20$$

Illustration : la chute libre



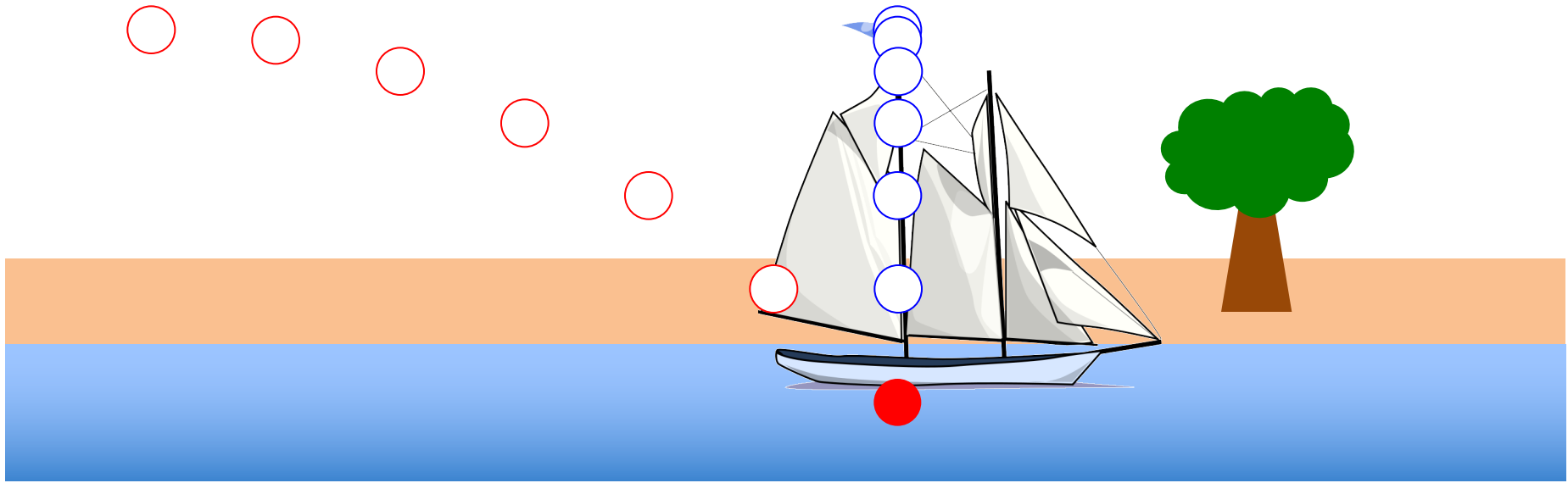
$$t = 5$$

$$v = 3$$

$$x = 15, y = 11$$

$$x' = 0, y' = 11$$

Illustration : la chute libre



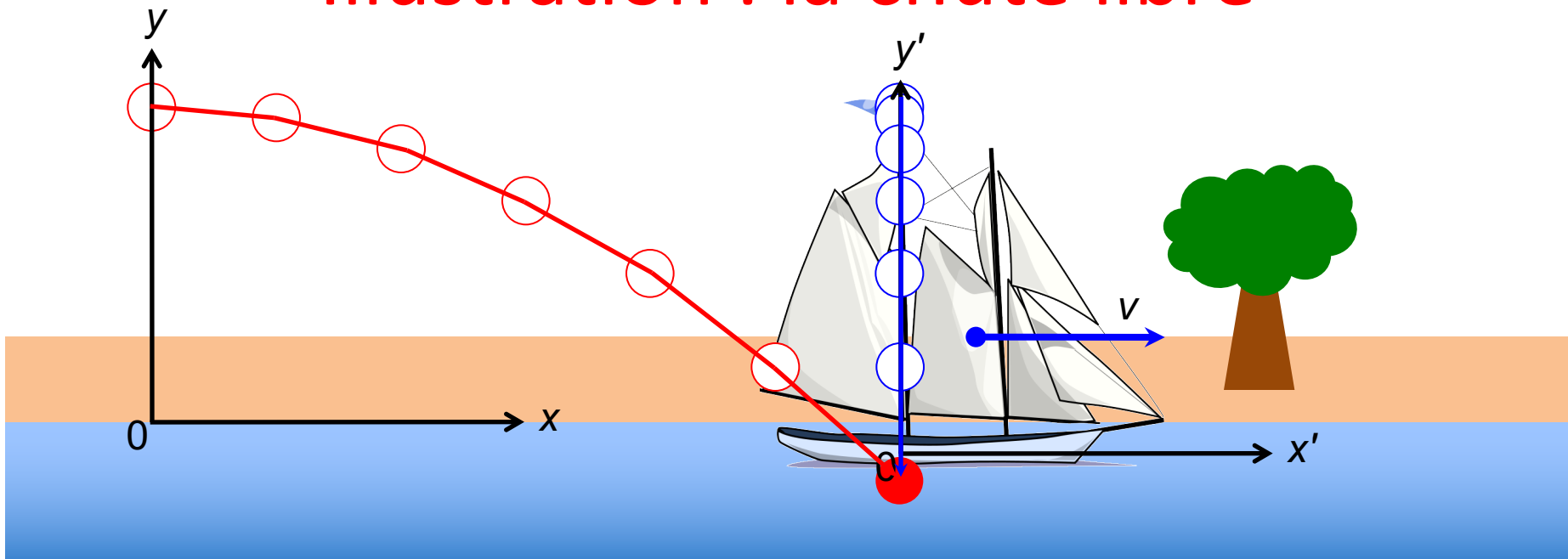
$$t = 6$$

$$v = 3$$

$$x = 18, y = 0$$

$$x' = 0, y' = 0$$

Illustration : la chute libre



$$t = 6$$

$$v = 3$$

$$x = 18, y = 0$$

$$x' = 0, y' = 0$$

Transformation de Galilée :

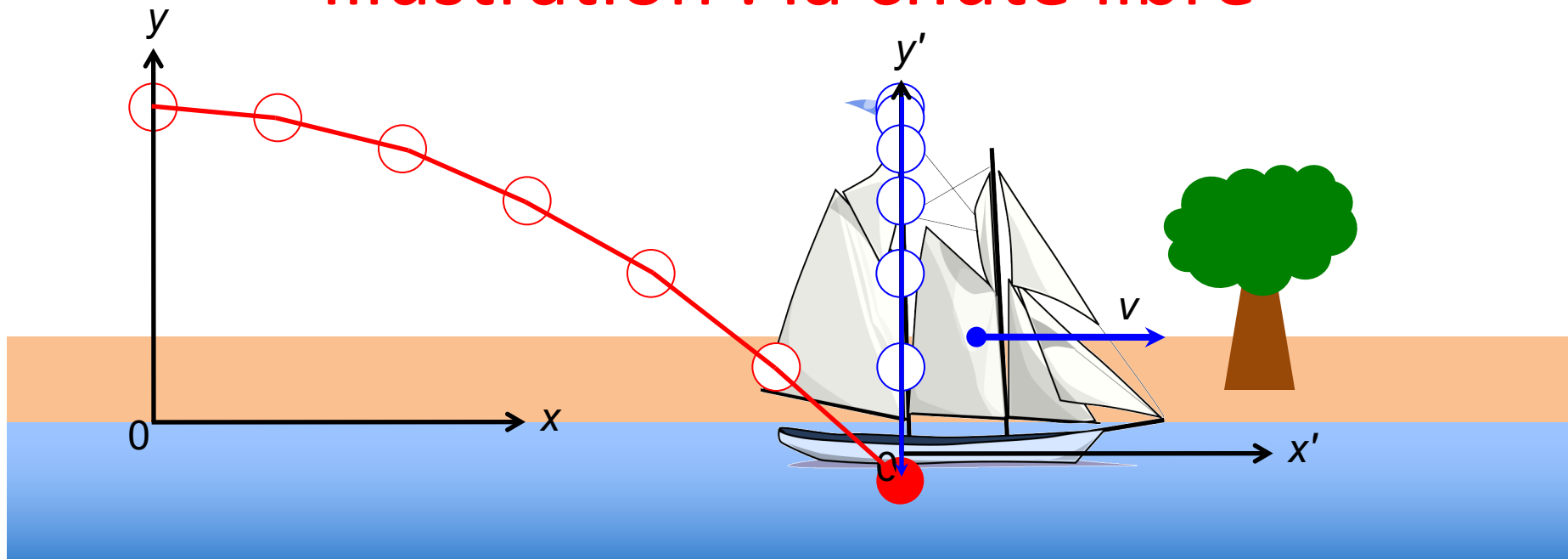
$$x' = x - v.t$$

$$y' = y$$

$$t' = t$$

- Le même phénomène mécanique (chute libre) a lieu dans deux repères galiléens.
- Les conditions initiales sont différentes : la vitesse horizontale de la balle par rapport à la rive est v , elle est nulle par rapport au bateau.
- L'observation est donc différente dans les deux repères, mais décrite par la même loi (gravitation).

Illustration : la chute libre



$$\begin{aligned}x'(0) &= 0 \\y'(0) &= h\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x'(t) &= 0 \\y'(t) &= h - \frac{1}{2} g.t^2\end{aligned}$$

Repère du bateau :
Mouvement rectiligne

$$\begin{aligned}x(0) &= 0 \\y(0) &= h\end{aligned}$$

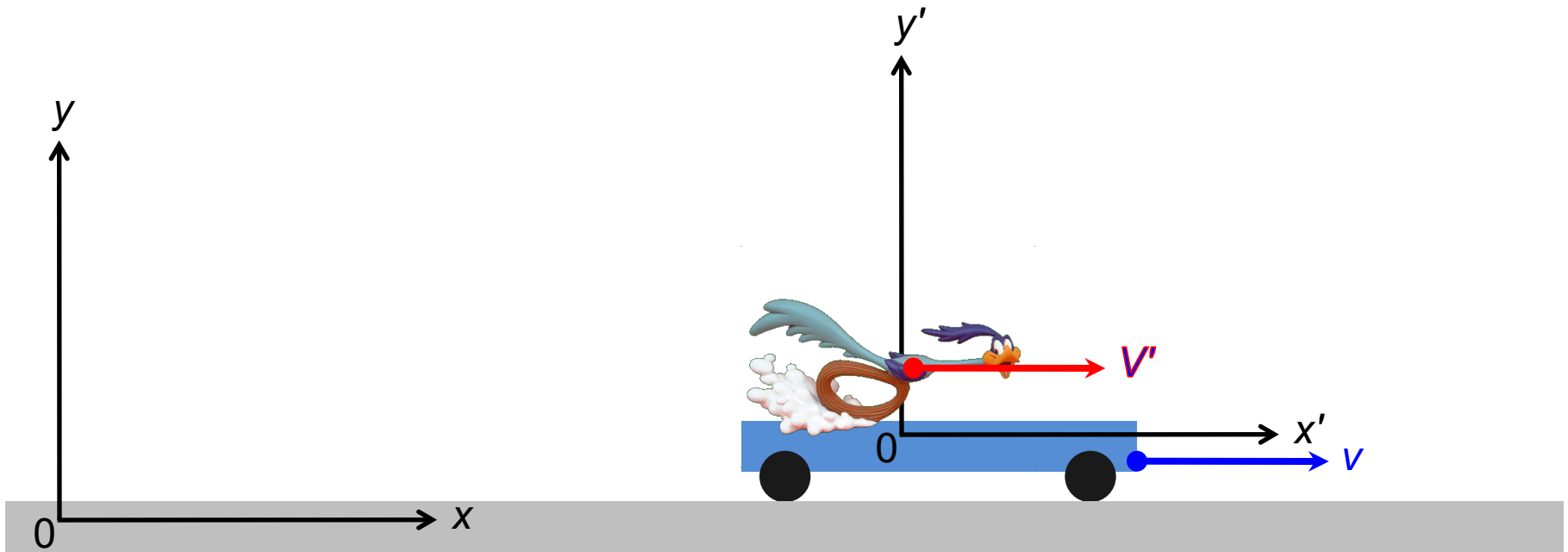
$$\begin{aligned}x(t) &= x'(t) + v.t = v.t \\y(t) &= y'(t) = h - \frac{1}{2} g.t^2\end{aligned}$$

Repère du rivage :

$$y(x) = h - (g / 2.v^2). x^2$$

Trajectoire parabolique

Illustration : la composition des vitesses



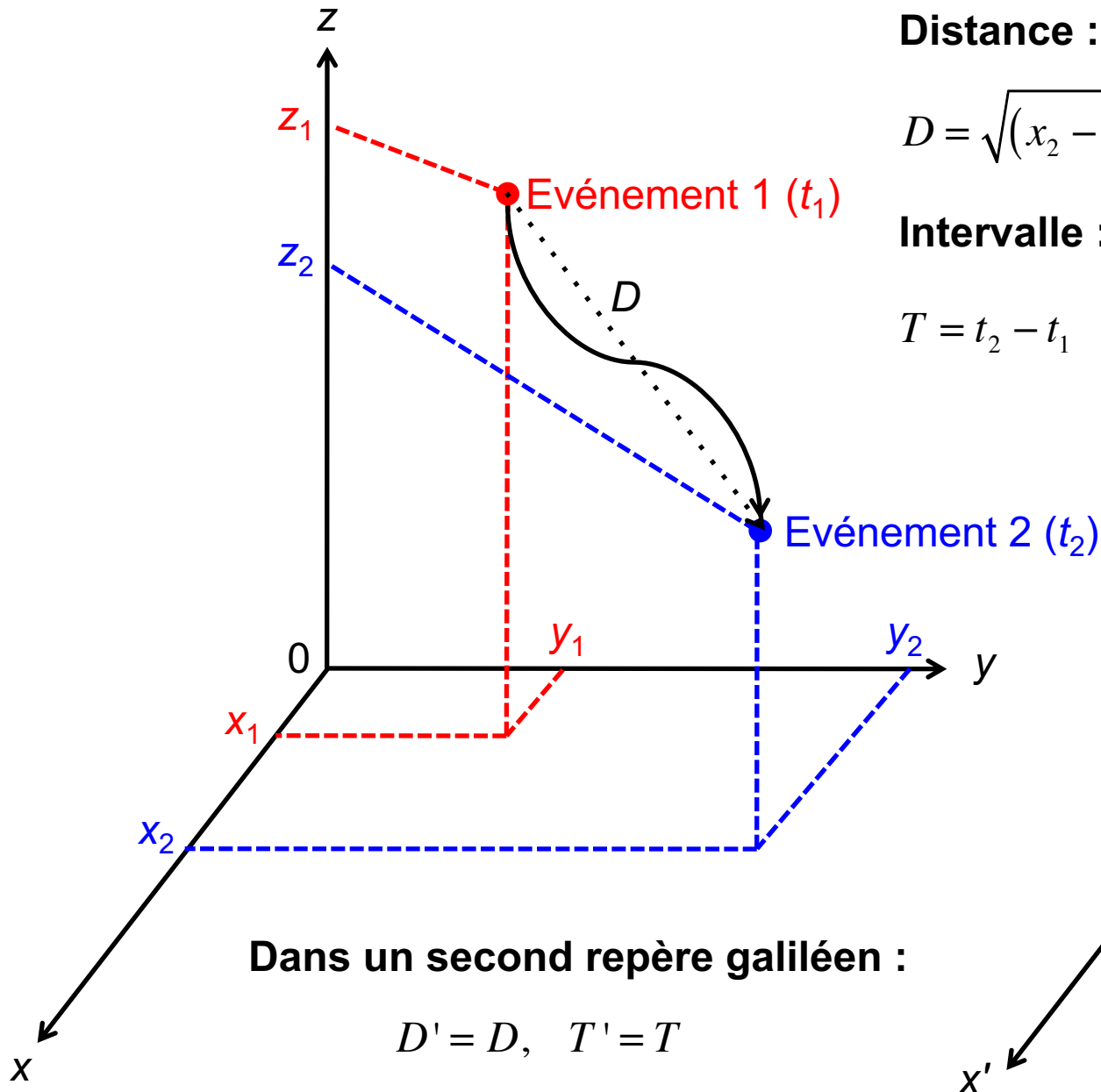
Vitesse dans le référentiel fixe

Vitesse dans le référentiel mobile

$$V = V' + v$$

Vitesse du référentiel mobile

Distances et intervalles



Distance :

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Intervalle :

$$T = t_2 - t_1$$

$$D' = D, \quad T' = T$$

B – La relativité restreinte d' Einstein

Einstein et le principe de relativité

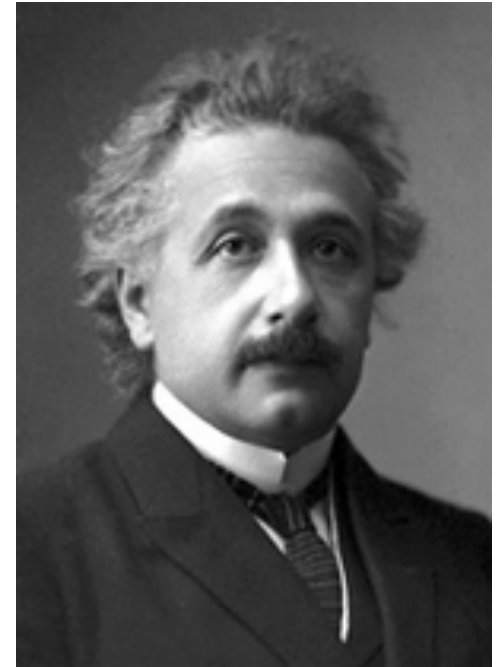
Problème : les lois de l'électromagnétisme (de Maxwell) s'expriment de manière différente dans deux repères galiléens en translation uniforme l'un par rapport à l'autre. Elles ne sont pas invariantes par la transformation de Galilée.

En 1905, **Einstein** étend le principe de relativité à *toutes les lois physiques, sauf la gravitation*. C'est la **relativité restreinte**.

Pour cela, il faut postuler que la **vitesse de la lumière dans le vide (c)** est la même dans tous les repères galiléens.

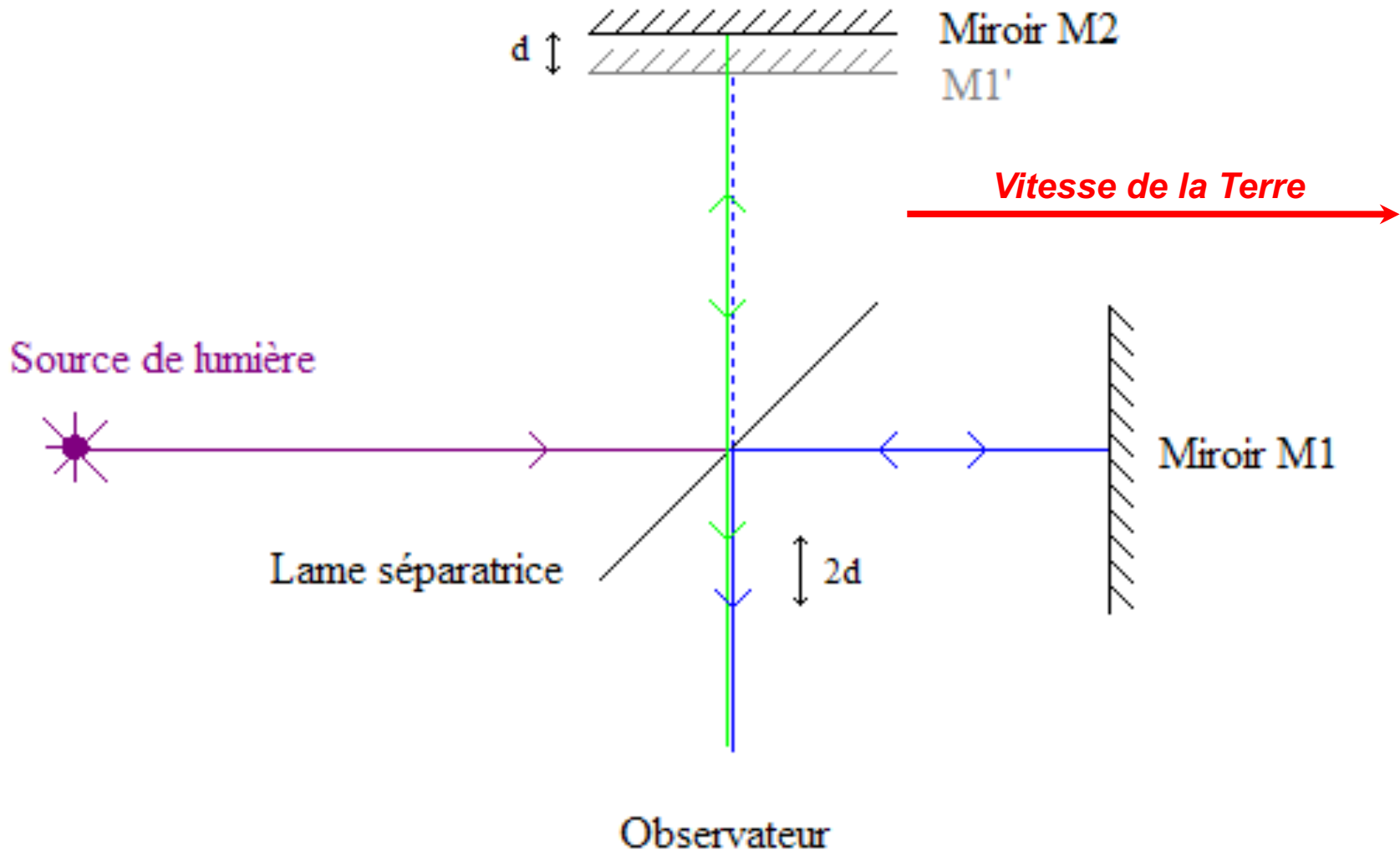
En d'autres termes, la *mesure* de c est le même dans tous les repères galiléens.

Ce postulat implique l'inexistence de l'*éther* et est conforme aux résultats de l'expérience de *Michelson et Morley* (1887).



Albert Einstein, 1879–1955

Expérience de Michelson et Morley

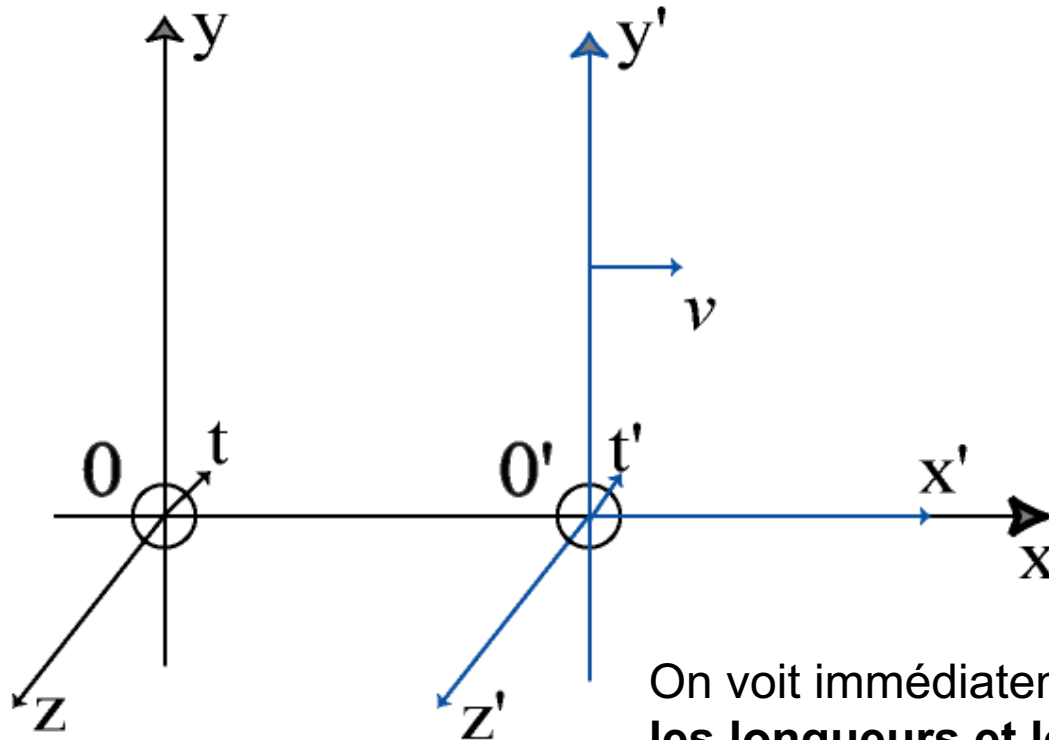


Si la vitesse de la Terre s'ajoute à celle de la lumière, il y a une différence de temps de parcours sur les deux bras et l'observateur doit observer des franges d'interférences. Ce n'est pas le cas. c n'est pas la vitesse de la lumière par rapport à l'éther. Celui-ci n'existe pas et c est une constante quel que soit le repère galiléen.

La transformation de Lorentz

La transformation de Galilée ne permet pas d'assurer la constance de c .

Pour imposer celle-ci, on doit adopter la ***transformation de Lorentz***.



$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(x' + \beta ct') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

$$\beta = v/c \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

On voit immédiatement une conséquence majeure : **les longueurs et les temps mesurés dépendent de l'observateur** (i.e. du référentiel galiléen).

Distances et intervalles

Intervalle, ou distance généralisée, en géométrie de Lorentz :

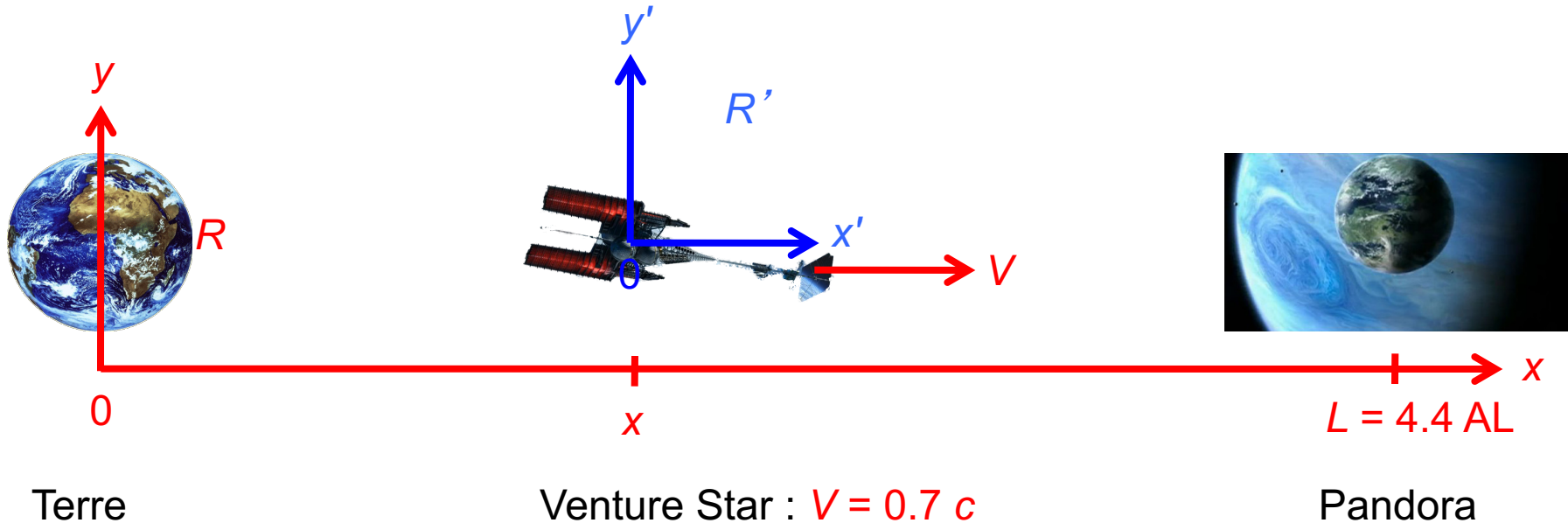
$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2} = \sqrt{D^2 - c^2T^2}$$

Dans le cadre relativiste, **s est conservé** : sa mesure est la même dans deux repères galiléens en translation uniforme l'un par rapport à l'autre.

Mais **D et T ne sont pas conservés**, en général : *deux observateurs peuvent donc mesurer des distances et des durées différentes entre les deux mêmes événements.*

En d'autres termes, **les mesures de durées et d'intervalles de temps sont relatives à l'observateur**. L'intervalle **s est l'invariant** de la Relativité Restreinte.

La dilatation du temps : les jumeaux



Départ :

$$x = 0$$

$$t = 0$$

$$x' = 0$$

$$t' = 0$$

Les horloges sont synchronisées
au moment du départ.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.7^2}} \approx 1.4$$

Arrivée :

$$x = L = 4.4 \text{ AL}$$

$$t = L / V \approx 6.3 \text{ ans}$$

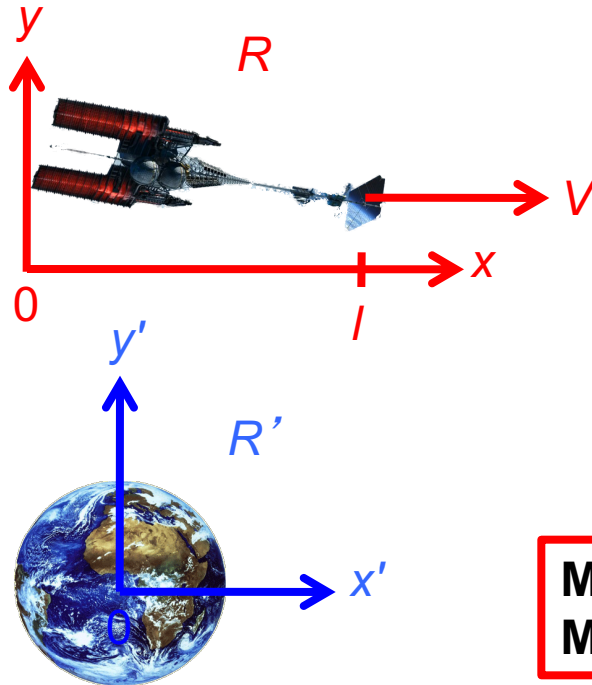
$$x' = 0$$

$$t' = L / \gamma V \approx 4.5 \text{ ans}$$

Durée aller et retour : 12.6 ans pour le jumeau resté sur Terre
9.0 ans pour le jumeau parti sur le Venture Star

La contraction des longueurs

Transformation de Lorentz pour les intervalles d'espace (longueurs) et de temps (durées) :



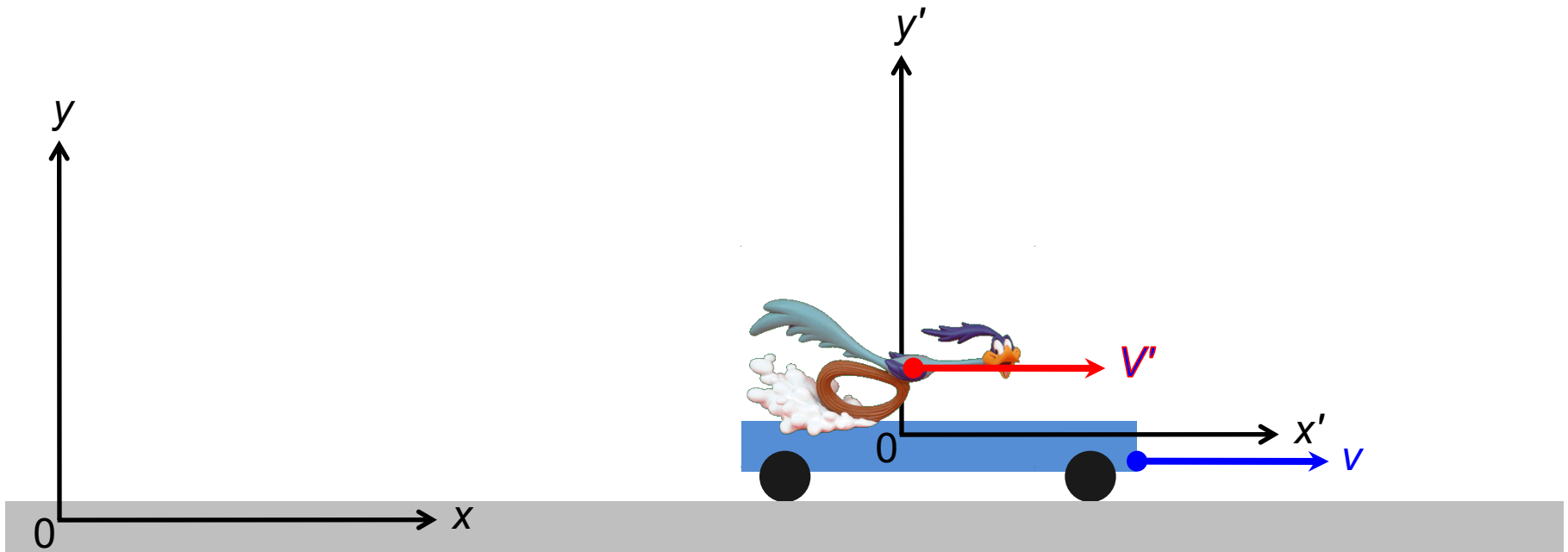
$$\begin{cases} c\Delta t = \gamma (c\Delta t' - \beta\Delta x') \\ \Delta x = \gamma (\Delta x' - \beta c\Delta t') \\ \Delta y = \Delta y' \\ \Delta z = \Delta z' \end{cases}$$

Mesure dans R : $l = 1646 \text{ m}$ (vaisseau fixe)
Mesure dans R' à $t' = 0$: $l' = l / \gamma \approx 1176 \text{ m}$

Explication :

La mesure de la longueur du vaisseau se fait en repérant à *un même instant* le passage des deux extrémités de celui-ci par rapport aux graduations d'une « règle ». Ces deux mesures sont simultanées dans R' ($\Delta t' = 0$), par définition. Mais elles ne le sont pas vues de R ($\Delta t \neq 0$), d'où une mesure différente.

Composition des vitesses



Vitesse dans le référentiel fixe

Vitesse dans le référentiel mobile

$$V = (V' + v) / (1 + V' v / c^2)$$

Vitesse du référentiel mobile

Pour $v, V' \ll c$, on retrouve $V = V' + v$

$$E = mc^2$$

On peut montrer que ***l'énergie totale*** d'une particule en mouvement à la vitesse v s'exprime par la relation :

$$E = \gamma . mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

Aux faibles vitesses ($v \ll c$), on trouve :

$$E \simeq mc^2 + (1/2)mv^2$$

Qui n'est autre que la somme de l'énergie cinétique habituelle, $(1/2)mv^2$, et de ***l'énergie de masse*** mc^2 .

Lors de l'annihilation particule-antiparticule, de la désintégration d'un noyau lourd, de la fusion de noyaux légers, de la formation d'une liaison chimique, ..., le ***déficit de masse*** est converti en énergie (utilisée par exemple pour former la liaison) selon la relation $\Delta E = mc^2$.

Applications (I)

La Relativité Restreinte a été testée de multiples fois, et doit être prise en compte dans l'interprétation de tous les phénomènes physiques mettant en jeu des vitesses importantes.

Rayons cosmiques : des protons ultra-énergétiques sont émis par les événements les plus violents de l'Univers. Pour les plus énergétiques, on a

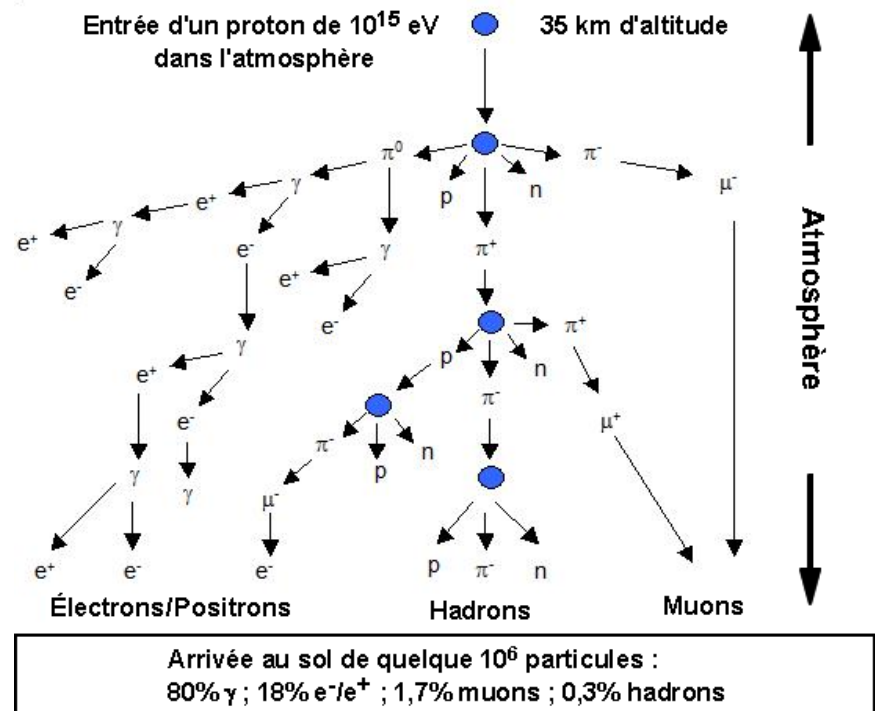
$$1 - \left(\frac{v}{c}\right) = 0,5 \times 10^{-22}.$$

Il traversent la galaxie en 100 000 ans pour nous, mais en ... 30 s de leur temps propre !

Muons : Les rayons cosmiques frappant des atomes d'oxygène de la haute atmosphère génèrent des muons. Leur durée de demi-vie propre n'est que de 2 μ s. Mais on en détecte beaucoup au sol, du fait de leur vitesse :

$$1 - (v/c) \simeq 2 \times 10^{-3}.$$

Ils traversent l'atmosphère en 100 μ s pour nous et 6 μ s de temps propre.



Applications (II)

Mesure du temps :

En 1971, une vérification expérimentale directe de la dilatation du temps fut effectuée. Deux avions à bord desquels avaient été placées une horloge atomique au césium pendant leurs vols commerciaux réguliers (l'un vers l'Est, l'autre vers l'Ouest) comparèrent leur horloge à une troisième horloge atomique restée au sol. Cette expérimentation devenue célèbre par le temps est appelée "expérience de Hafele-Keating". L'avion volant vers l'Est perdit *59 ns* *alors que l'avion volant vers l'Ouest gagna 273 ns* (la Terre tourne sur elle-même en un jour, d'Ouest en Est). Il fut donc mesuré une différence totale de :

$$\Delta t = t_{Est} - t_{Ouest} = (-59) - (+273) \cong 332 [ns]$$

Chimie quantique :

Pour les calculs les plus précis de chimie quantique (structures des molécules, spectres) impliquant des atomes lourds, il faut tenir compte de la grande vitesse des électrons. On doit donc tenir compte de la Relativité Restreinte dans les équations de la Mécanique Quantique (équation de Dirac). Par exemple, la notion de spin n'apparaît que si on tient compte de la Relativité Restreinte.

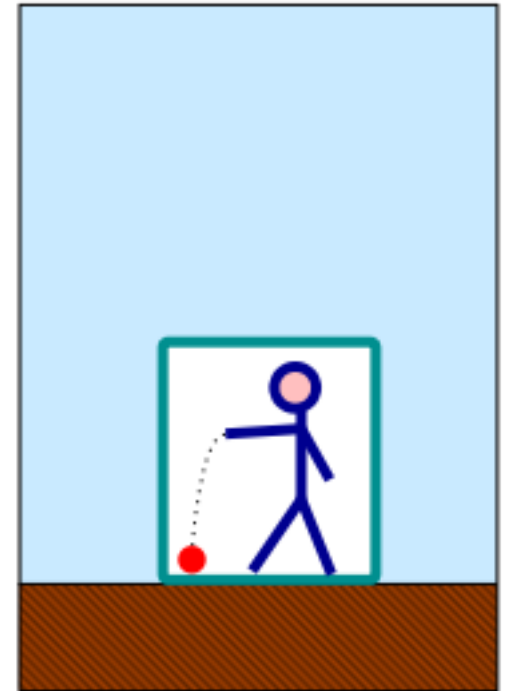
C – La relativité générale d'Einstein

Le principe d'équivalence

Principe de relativité ou de covariance générale : les lois de la physique sont identiques dans tous les référentiels.

Principe d'équivalence : la gravitation est localement équivalente à une accélération du référentiel, tout référentiel en chute libre dans un champ de gravitation est un référentiel inertiel où les lois physiques sont celles de la relativité restreinte.

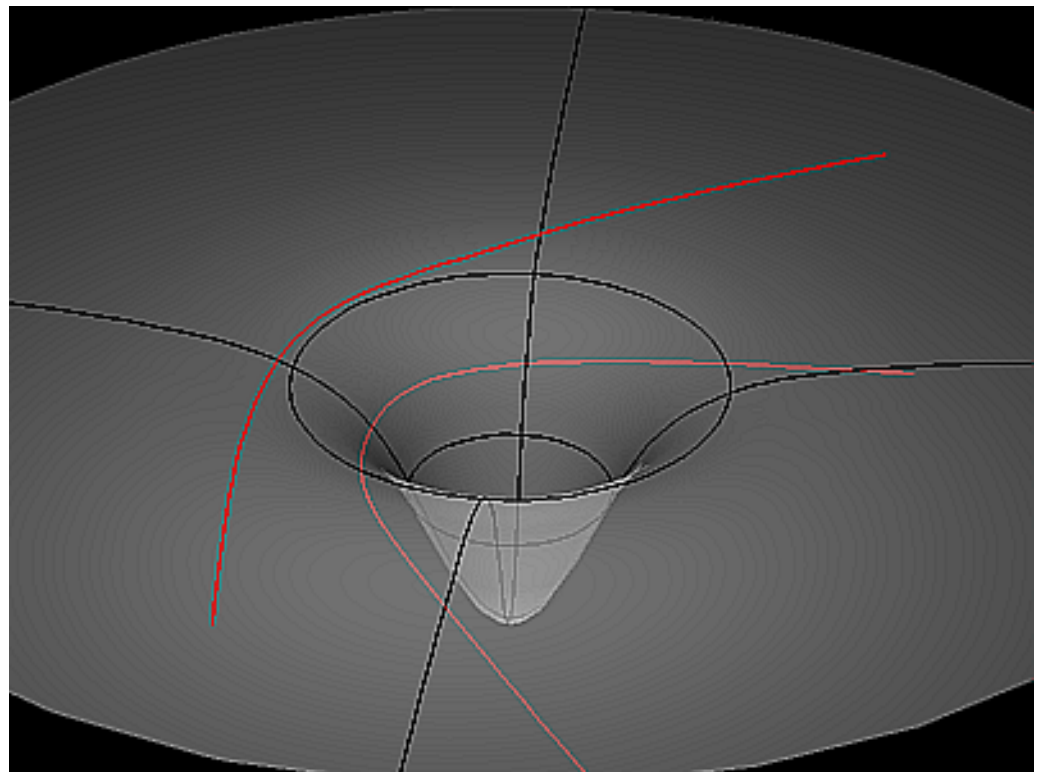
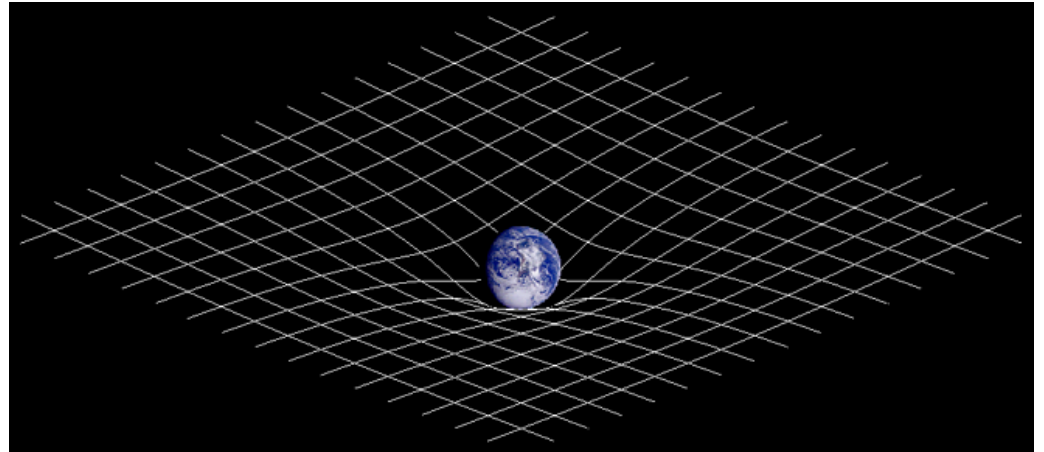
Il n'y a pas de différence entre la masse d'inertie (résistance à l'accélération) et la masse pesante (détermine le poids dans un champ de gravité). Il n'y a pas lieu de distinguer localement un mouvement de chute libre dans un champ gravitationnel constant, d'un mouvement uniformément accéléré en l'absence de champ gravitationnel.



L'espace-temps est courbe !

Il serait trop compliqué d'exposer ici en détail la théorie de la Relativité Générale. Donnons juste quelques idées générales :

- L'espace et le temps ne sont pas séparables, on parle d'**espace-temps** (déjà en relativité restreinte).
- **La présence de masse courbe l'espace-temps.**
- Il est nécessaire d'utiliser **une géométrie non-euclidienne**.
- Les corps et la lumière suivent les **géodésiques** de l'espace-temps courbé par la matière.



La preuve par l'éclipse

Le 29 mai 1919, deux expéditions, organisées par Arthur Stanley Eddington (une à Sobral au Brésil, l'autre à Principe), observent des étoiles visuellement proches du Soleil, en tirant parti d'une éclipse totale de Soleil.

La déviation mesurée des rayons lumineux de ces étoiles par la masse du Soleil est conforme à la prédiction de la Relativité Générale. Cette preuve éclatante rend Albert Einstein immensément célèbre.

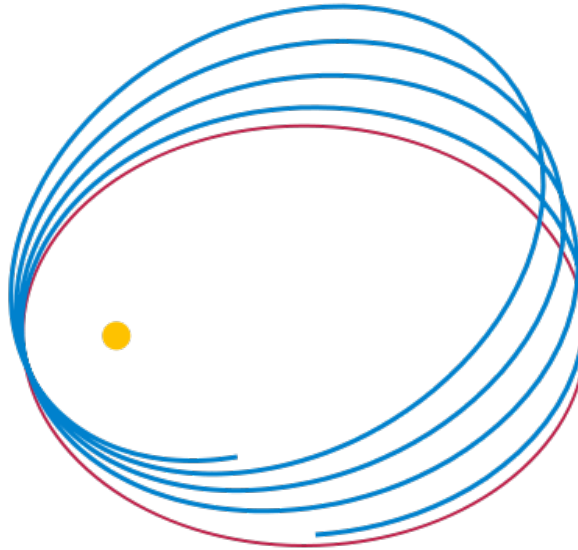
Arthur Stanley Eddington
1882–1944



Illustration du journal *London News* du 22 novembre 1919.
Source : FuturaSciences.

Applications

Avance du périhélie de Mercure : le second test de la Relativité Générale. La valeur calculée (bien supérieure à celle prévue par la théorie Newtonienne) est conforme aux observations.



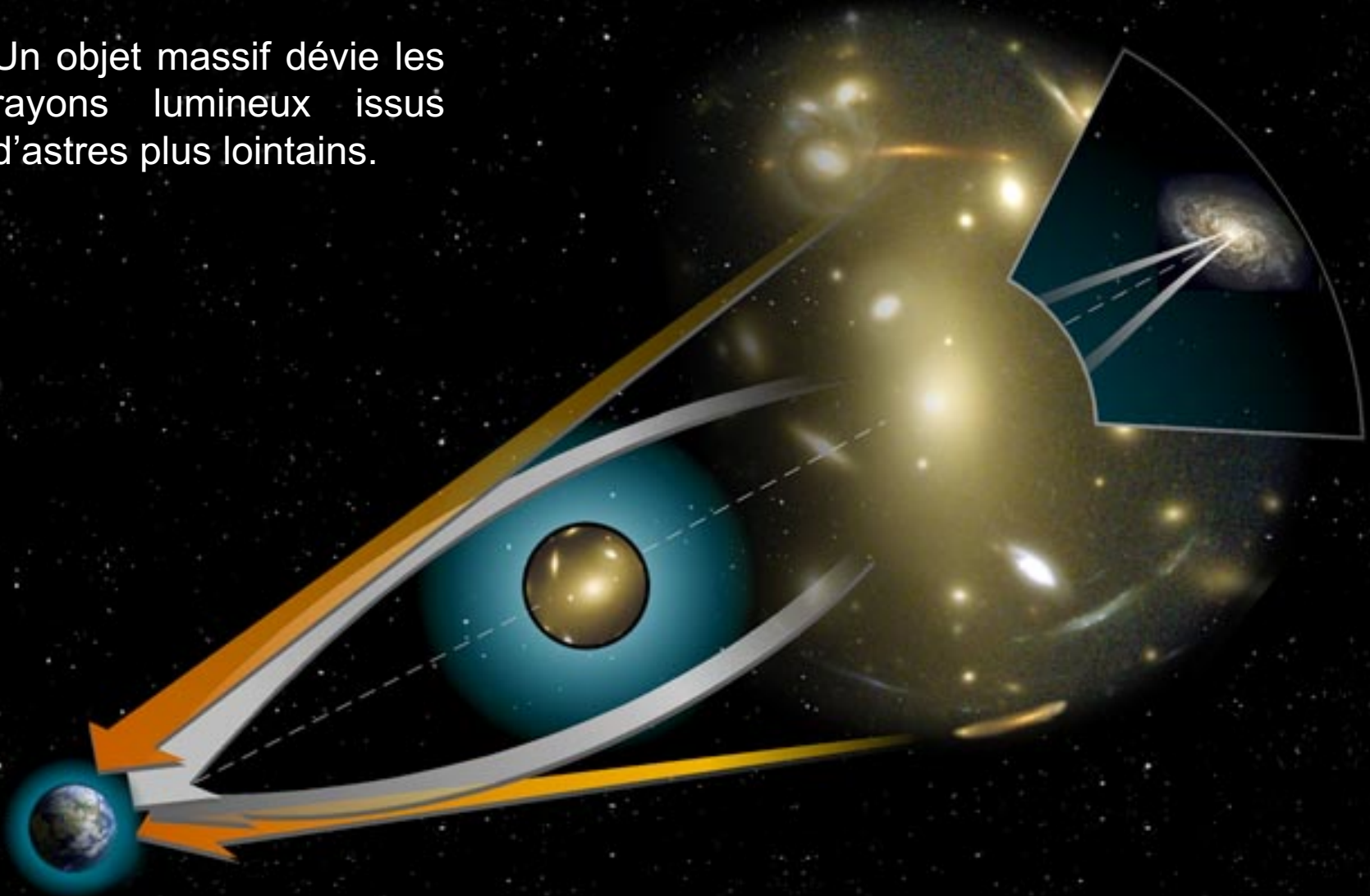
Les mirages gravitationnels : déformation et amplification de l'image des astres lointains par des fortes masses (amas de galaxies, ...).

Les ondes gravitationnelles produites par les fusions de trous noirs, *etc* (détection par Ligo, projet Virgo, ...).

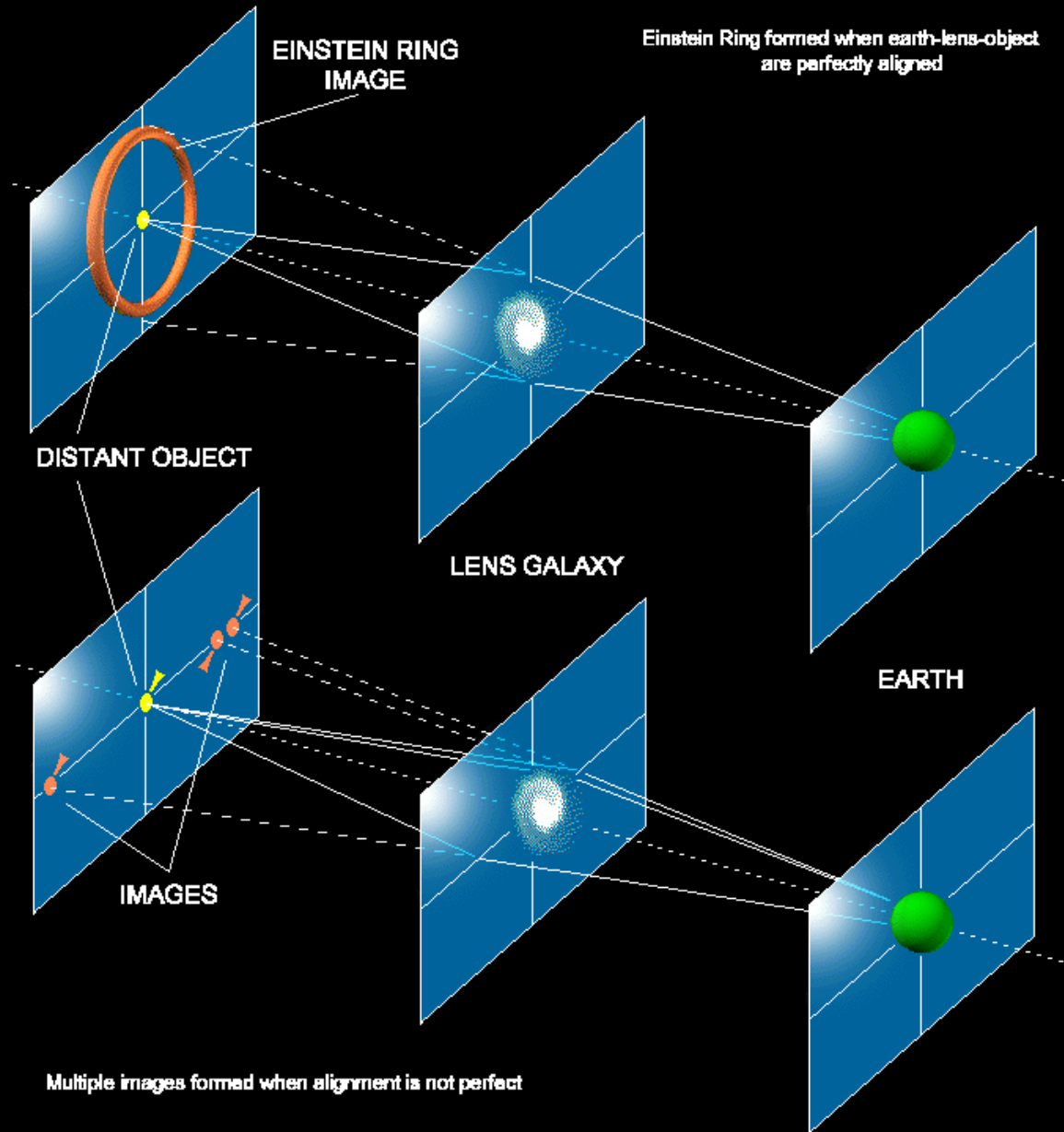
Le GPS : La précision actuelle du GPS ne peut être obtenue qu'en tenant compte de la Relativité Générale.

Les mirages gravitationnels

Un objet massif dévie les rayons lumineux issus d'astres plus lointains.

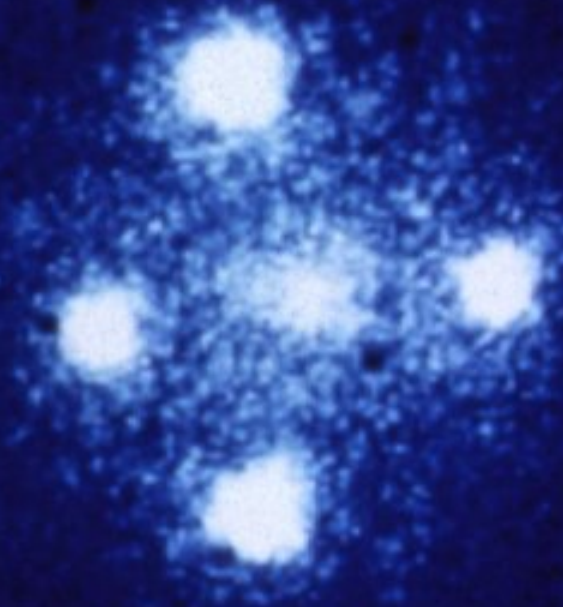


Les mirages gravitationnels



"Einstein Cross"
Gravitational Lens
G2237 + 0305

La Croix d'Einstein

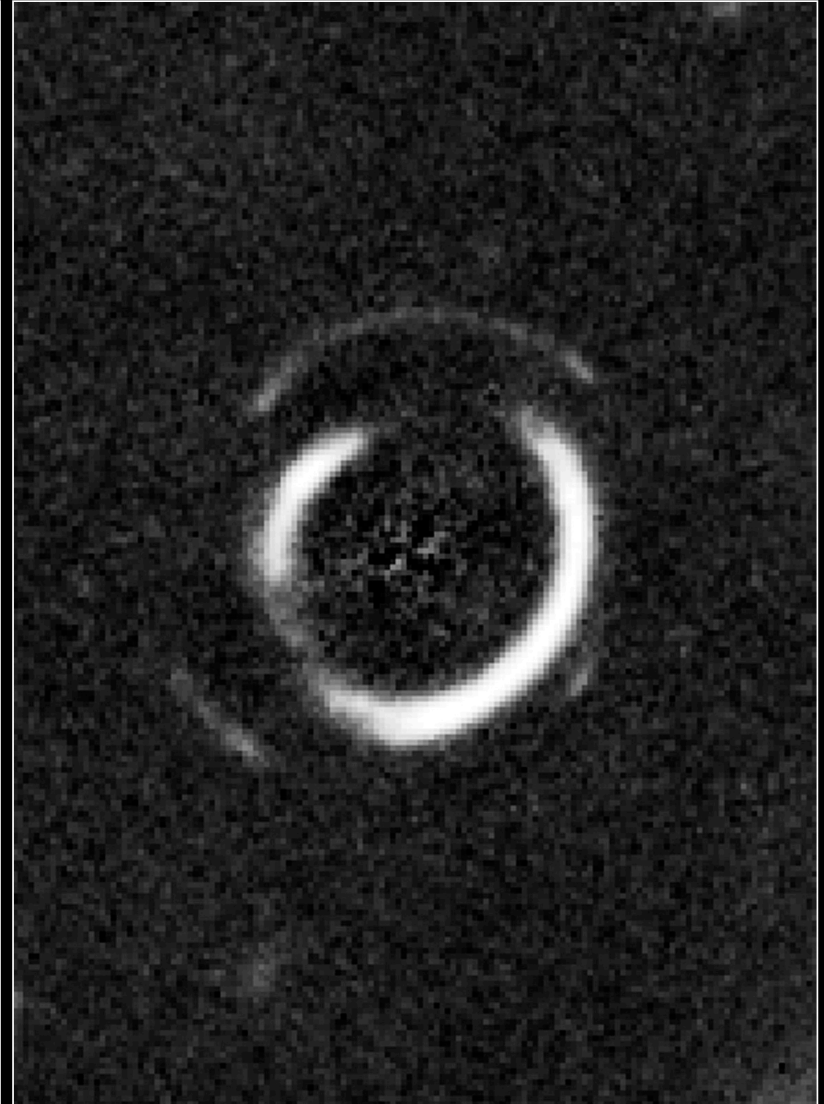
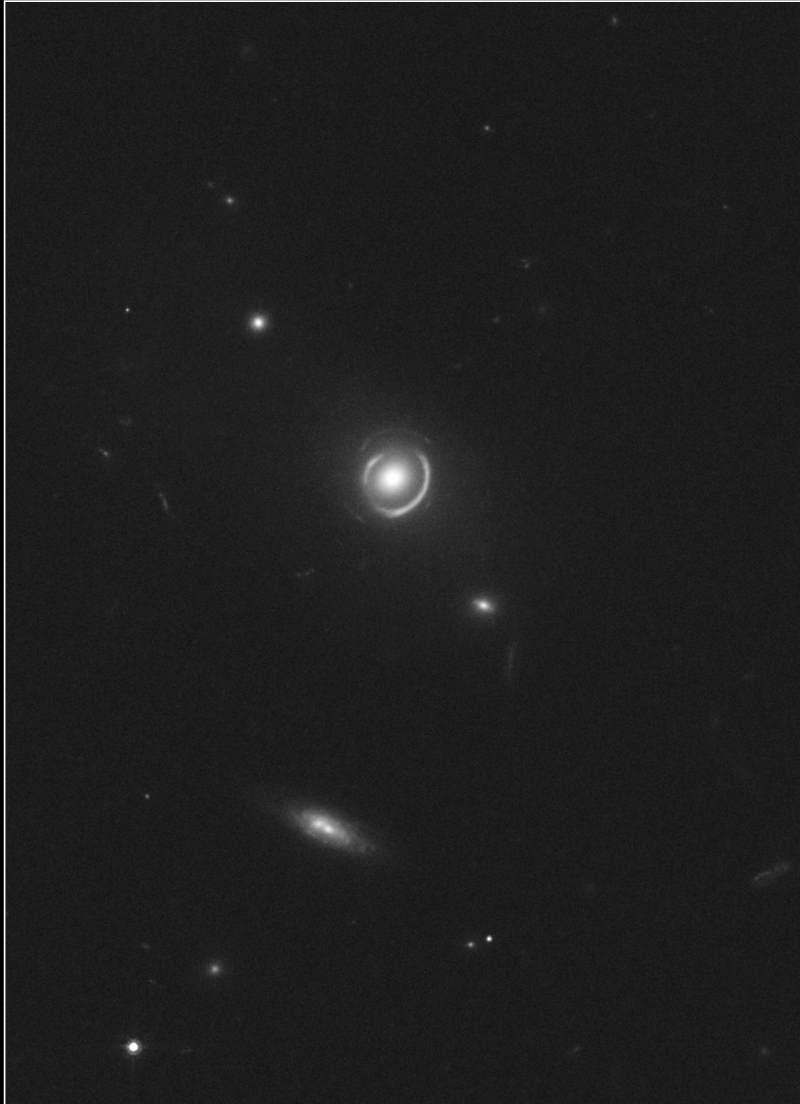


Source : Hubble Space Telescope

Anneau d'Einstein

Double Einstein Ring SDSSJ0946+1006

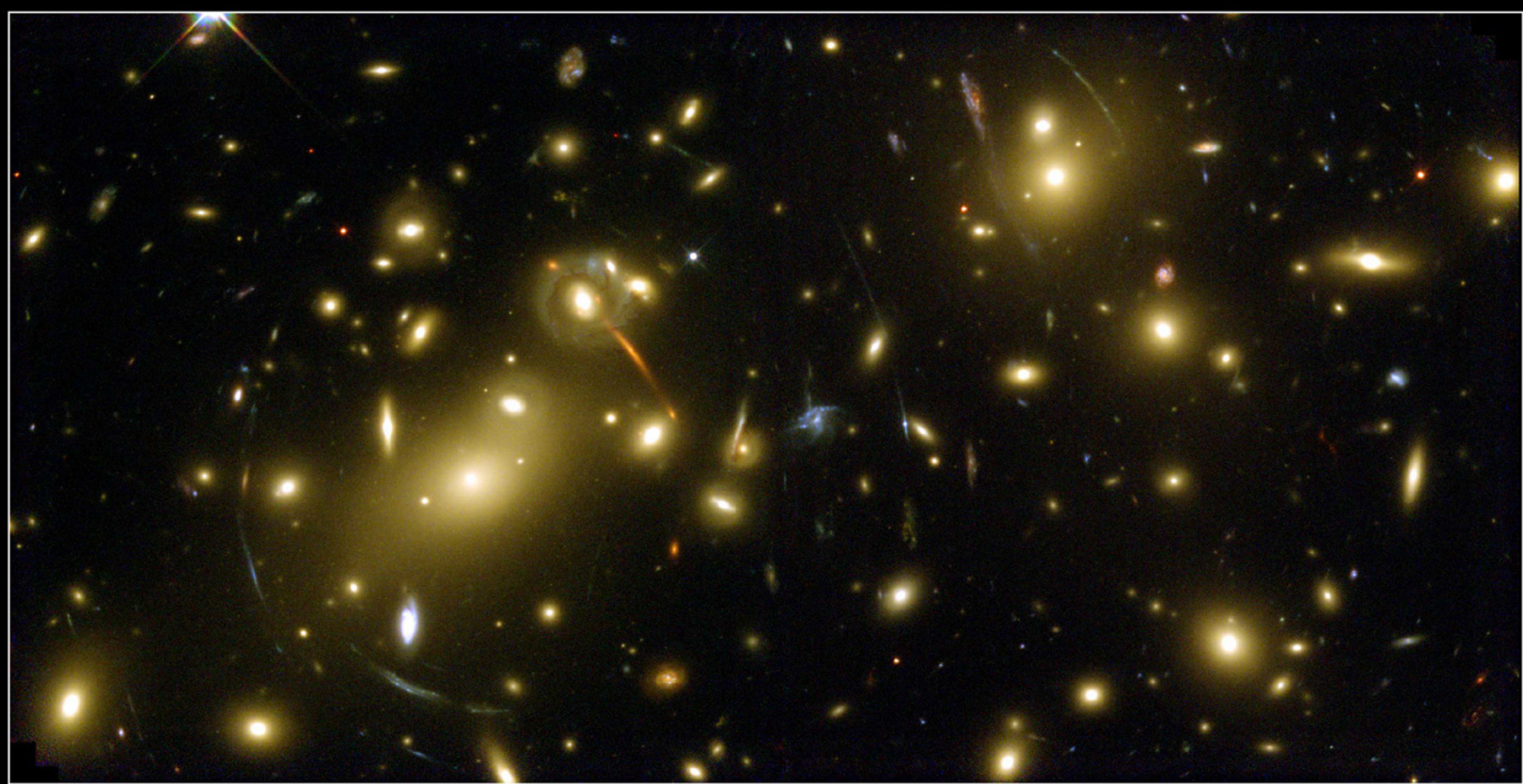
Hubble Space Telescope ■ ACS/WFC



NASA, ESA, R. Gavazzi and T. Treu (University of California, Santa Barbara), and the SLACS Team STScI-PRC08-04

Source : Hubble Space Telescope

Les arcs gravitationnels

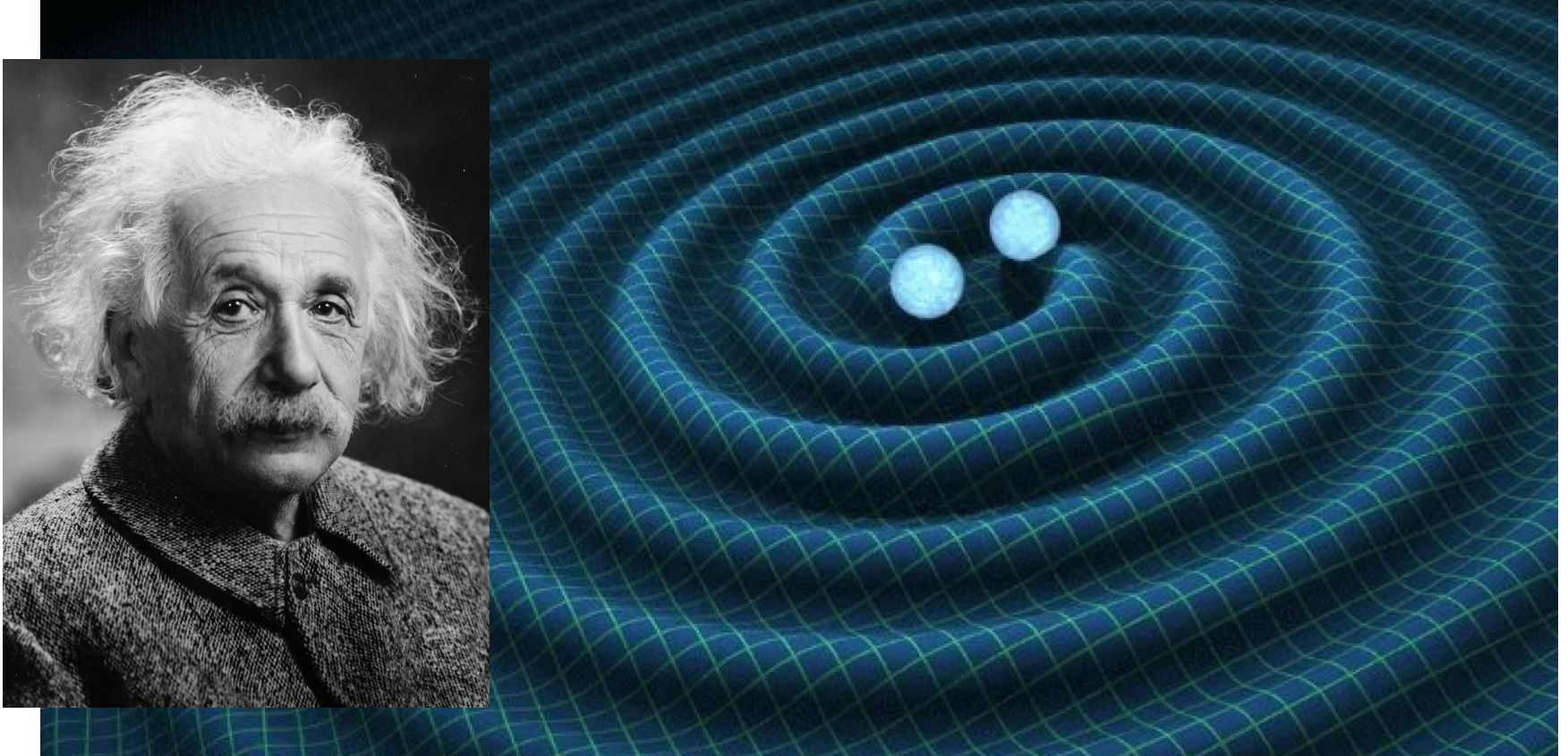


Galaxy Cluster Abell 2218
Hubble Space Telescope • WFPC2

Ondes gravitationnelles

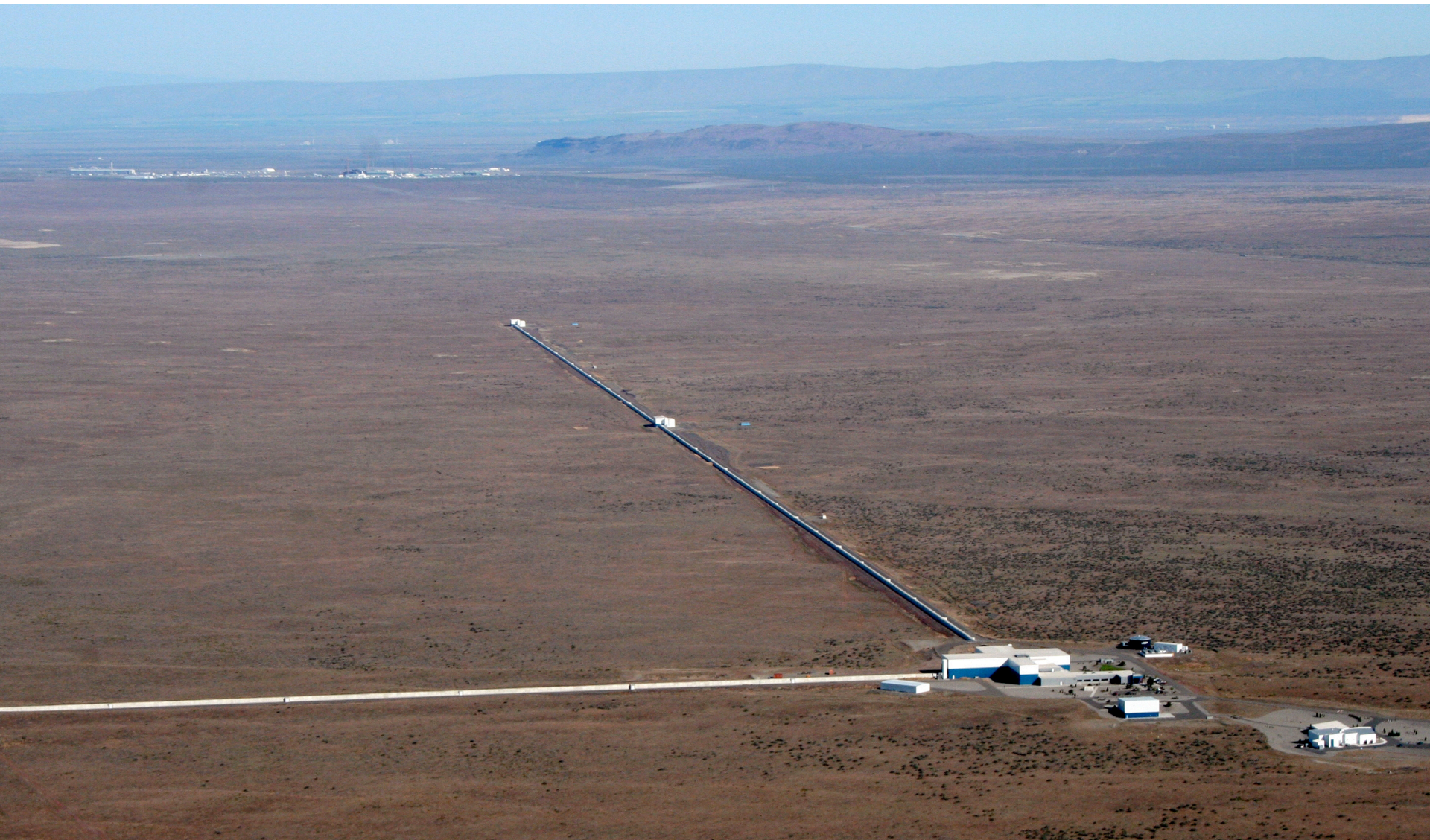
La théorie de la Relativité Générale prévoit l'existence de « rides » de l'espace-temps, émises lors d'événements violents (collision d'étoiles à neutrons, de trous noirs, ...) : **les ondes gravitationnelles**.

Il s'agit cette fois d'une déformation dynamique de l'espace-temps.



LIGO

Laser-Interferometer Gravitational-wave Observatory



LIGO Hanford, Etat de Washington, USA

GW150913 : la première mesure

